Nafouz

التمرين الاول : (05 نقاط)

1- نعتبر العدد المركب a حيث : $a=-2+2i\sqrt{3}$

ا) اكتب a على الشكل الآسي

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n العدد a^{3n} حقيقي

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2=a$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A;B$ و C ذات اللواحق على الترتيب

$z_A=-2$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=-1+i\sqrt{3}$

ا) بين أن $A;B$ و C تنتمي إلى نفس الدائرة , التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها

ب) أنشئ بدقة النقط $A;B$ و C

ج) احسب الطويلة و العمدة للعدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين

د) ما طبيعة الرباعي $OCAB$ ؟

3- نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$z'=(1+i)z-2$

ا) حدد طبيعة التحويل S و عناصره المميزة

ب) عين لاحقة I' صورة I مركز ثقل الرباعي $OCAB$ بالتحويل S

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقطتان $A(8;0;8)$ و $B(10;3;10)$ و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي $\begin{cases}x=-5+3t\\y=1+2t\\z=-2t\end{cases},,,(t\in\mathbb{R})$

1) أ/ عين تمثيل وسيطي للمستقيم (AB)

ب/ بين إن المستقيمان (D) و (AB) ليسا من نفس المستوي

2) ليكن (P) المستوي الموازي لـ (D) و يحوي (AB)

ا) بين أن $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P)

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

3) M نقطة كيفية من المستقيم (D). بين أن المسافة بين M و المستوي (P) مستقلة عن اختيار M

4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم الناتج عن تقاطع المستويين (P) و (xoy)

Nafouz

	العلامة مجزأ	عناصر الإجابة
5ن		**التمرين الأول** (5 ن)
	0.5	1) أ) $a = 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$ .....
	0.5	ب) $a^{3n} = 64^n$ ومنه $a \in IR$ .....
	0.75	ج) $z^2 = a$ يعني $z = 1 + i\sqrt{3}$ أو $z = -1 - i\sqrt{3}$ .....
		2) أ) لدينا $\lvert z_A\rvert = \lvert z_B\rvert = \lvert z_C\rvert = 2$ ومنه $OA = OB = OC = 2$ .....
	0.5	$A\,;B\,;C$تنتمي إلى الدائرة ذات المركز O ونصف القطر 2
	0.75	ب) الإنشاء: B و C تنتمي إلى نفس الدائرة وإلى المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ .....
	0.75	ج) $\left\lvert\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right\rvert = 1$ و $\arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{2\pi}{3}$ .....
	0.25	ABC متساوي الساقين ومنه $\frac{AC}{AB} = 1$ .....
	0.25	د) الرباعي $OACB$ معين .....
	0.5	3)أ) التحويل النقطي Sهو تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ ومركزه ذو اللاحقة $-2i$ ...
	0.25	ب) $z_I = -1$ ومنه $z_{I'} = -3 - i$ .....
4ن		**التمرين الثاني**:(4 ن)
	1	(1 $(AB): \begin{cases} x = 8 + 2k \\ y = 3k \\ z = 8 + 2k \end{cases}$ $(k \in IR)$ .....
	0.75	2)لدينا $\overrightarrow{AB}(2;3;2)$ و $\overrightarrow{u_D}(3;2;-2)$ ومنه $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$ ولا توجد ثنائية $(t;k)$ تحقق الجملة .
		$\begin{cases} -5 + 3t = 8 + 2k \\ 1 + 2t = 3k \\ -2t = 8 + 2k \end{cases}$
	0.5	3) أ) $\vec{n}(2;-2;1)$ ناظمي للمستوي (p) لأن : $\vec{n}.\overrightarrow{u_D} = 0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0$ .....
	0.75	ب) $(p):\ 2x - 2y + z - 24 = 0$ .....

Nafouz

ج) $d(M;p)=12$	0.5	
4) $(p)\cap(xoy):\begin{cases}x=k'\\y=k'-12\\z=0\end{cases}$ $(k'\in IR)$	0.5	

التمرين الثالث :(4 ن)

1) أ) التمثيل البياني للمستقيمين	0.5	4ن
ب) تمثيل الحدود $U_0;U_1;U_2;U_3$	0.5	
ج) التخمين : المتتالية (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو 4	0.25	
2) أ) $4<U_0\leq 8$ محققة ; نفرض $4<U_n\leq 8$ ومنه $4<\frac{1}{4}U_n+3\leq 5$ ومنه $4<U_{n+1}\leq 8$	0.5	
ب- $U_{n+1}-U_n=\frac{1}{4}U_n+3-U_n=-\frac{3}{4}U_n+3$ وبمأن $4<U_n\leq 8$ فإن : ... $U_{n+1}-U_n<0$ ومنه (U_n)متناقصة	0.5	
ج)بمأن (U_n)متناقصة على IN ومحدودة من الأسفل بالعدد 4 فهي متقاربة	0.25	
3) أ) (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ وحدها الأول 4	0.5	
ب) $U_n=(\frac{1}{4})^{n-1}+4$	0.25	
$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=4$ لأن $-1<\frac{1}{4}<1$	0.25	
ج) $S_n=\frac{1}{12}(4^{n+1}-1)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}s_n=+\infty$	0.5	

التم رين الرابع :(7 ن)

1) أ) $f(x)+f(-x)=2+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2+\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)-\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=2$ ...	0.5	7ن
النقطة (0,1)مركز تناظر لـ (C_f)	0.25	
ب)$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1>}f(x)=-\infty$	0.5	
ج)$x+1>0$ و $x-1>0$ ومنه $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=\ln(x-1)-\ln(x+1)$		

Nafouz

إذن $f(x) = \ln(x-1) - \ln(x+1) + x + 1$ 0.5

$f'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} + 1 = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ .....

f متزايدة على المجال $]1;+\infty[$ 1

جدول التغيرات

2) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - (x+1) = \lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = 0$ 0.25

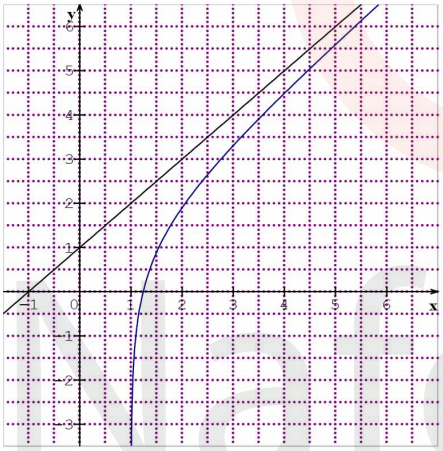
$y = x + 1$ معادلة مستقيم مقارب لمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$

لدينا $\frac{x-1}{x+1} < 1$ ومنه $\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) < 0$ إذن (C_f) تحت (d) 0.5

ب) لدينا f مستمرة ومتزايدة تماما على $[1.2;1.3]$ و $f(1.2) = -0.19$ و 0.5
$f(1.3) = 0.26$ أي $f(1.2)\times f(1.3) < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة
(C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α من المجال $]1.2;1.3[$

ج) $f(2) = 3 - ln3$; $f(3) = 4 - ln2$ .....

الرسم : 0.25



0.75

المناقشة البيانية : $m \in]-\infty;1[$ للمعادلة حل واحد موجب .....

$m \in [1;+\infty[$ ليس للمعادلة حل 0.5

3) أ) الدالة الأصلية للدالة g هي $x \to \left[(t+\beta)\ln(t+\beta) - t\right]_2^x$

$x \to -x + (x+\beta)\ln(x+\beta) - (2+\beta)\ln(2+\beta) + 2$ 1

الدالة الأصلية للدالة f هي $x \to (x-1)\ln(x-1) - (x+1)\ln(x+1) + \frac{1}{2}x^2 + x$

ب) $\int_2^3 (y - f(x))dx = [-(x-1)\ln(x-1) + (x+1)\ln(x+1)]_2^3 = (-2ln2 + 4ln4 - 3ln3)$ 0.5

$S = (-2ln2 + 4ln4 - 3ln3)\times 4cm^2$ .....